

Anna Rybak

*Multimedialne wspomaganie
kształcenia matematycznego*



Wydawnictwo NOWIK Sp.j.

OPOLE 2016



© Copyright by Anna Rybak

© Copyright by Wydawnictwo Nowik Sp.j. 2016

Wydawnictwo Nowik Sp.j. 45-061 Opole, ul. Katowicka 39/104

Wydanie pierwsze, Opole 2016

ISBN: 978-83-62687-87-9

OPRACOWANIE REDAKCYJNE: Wydawnictwo

SKŁAD I ŁAMANIE: Jolanta Brodziak

PROJEKT OKŁADKI: Marta Wolna

Wszelkie prawa zastrzeżone. Rozpowszechnianie bez zgody Wydawcy całości publikacji lub jej fragmentów w jakiegokolwiek postaci jest zabronione.

Kopiowanie metodą kserograficzną, fotograficzną, umieszczanie na nośnikach magnetycznych, optycznych i innych narusza prawa autorskie niniejszej publikacji.

Kserowanie zabija książki!

Szanowny Czytelniku, jeżeli chcesz wyrazić swoją opinię na temat tej publikacji, prosimy o kontakt mailowy matma@nowik.com.pl lub wypełnienie formularza na naszej stronie www.nowik.com.pl

Wydrukowano w Polsce

Szczegółowe informacje o naszych publikacjach na www.nowik.com.pl

Dystrybucja:

Wydawnictwo Nowik Sp.j. Biuro Handlowe

45-061 Opole, ul. Katowicka 39/104

Tel./fax 77 454 36 04

<http://www.nowik.com.pl>; e-mail: biuro@nowik.com.pl

Spis treści

Wprowadzenie	5
Rozdział I. <i>Uczymy myśleć, czyli twórczo rozwiązujemy problemy matematyczne</i>	8
1.1. Twórczy uczeń	8
1.2. Co jest nam potrzebne, aby skutecznie rozwiązywać problemy matematyczne w klasie?	15
1.3. Praca badawcza ucznia	24
Rozdział II. <i>Korzystamy z multimediiów, aby inspirować uczniów do odkrywania matematyki</i>	29
2.1. Co to jest kształcenie multimedialne?	29
2.2. Kompleksowe ujęcie multimediiów w kształceniu matematycznym	30
2.3. Kształcenie z wykorzystaniem technologii informacyjno-komunikacyjnych w różnorodnych warunkach sprzętowo-lokalowych	49
2.4. Kilka słów o obsłudze zaproponowanych programów edukacyjnych	53
Rozdział III. <i>Uczymy matematyki z komputerem</i>	64
3.1. Materiały dydaktyczne dla szkoły podstawowej	64
3.1.1. Dział: Elementy algebry	64
3.1.2. Dział: Proste i odcinki	66
3.1.3. Dział: Kąty	74
3.1.4. Dział: Wielokąty, koła, okręgi	80
3.1.5. Dział: Bryły – gotowe aplety GG i prezentacje	86
3.1.6. Dział: Elementy statystyki opisowej	86
3.2. Materiały dydaktyczne dla gimnazjum	90
3.2.1. Dział: Liczby wymierne dodatnie	90
3.2.2. Dział: Potęgi	91
3.2.3. Dział: Wyrażenia algebraiczne	92
3.2.4. Dział: Równania	93
3.2.5. Dział: Wykresy funkcji	94
3.2.6. Dział: Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa	100

3.2.7. Dział: Rachunek prawdopodobieństwa	110
3.2.8. Dział: Figury płaskie	116
3.2.9. Dział: Bryły	132
3.3. Materiały dydaktyczne dla szkoły ponadgimnazjalnej	132
3.3.1. Dział: Liczby rzeczywiste	133
3.3.2. Dział: Równania i nierówności	135
3.3.3. Dział: Funkcje	147
3.3.4. Dział: Ciągi	170
3.3.5. Dział: Trygonometria	179
3.3.6. Dział: Planimetria	184
3.3.7. Dział: Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej	195
3.3.8. Dział: Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdo- podobieństwa i kombinatoryka	206
3.3.9. Dział: Rachunek różniczkowy – zakres rozszerzony	210
Rozdział IV. Komputer w przygotowaniu do egzaminów	220
4.1. Przygotowanie do matury	221
4.2. Przygotowanie do egzaminu gimnazjalnego	231
4.3. Podsumowanie	239
Rozdział V. Ocenianie w multimedialnie wspomaganym kształceniu matematycznym	240
5.1. Umiejętności nabywane w wyniku komputerowo wspomaganego uczenia się	241
5.2. Dokumentowanie wyników pracy uczniów w komputerowo wspomaganym nauczaniu i uczeniu się	242
5.3. Alternatywne ocenianie	246
Zakończenie	253
Bibliografia	254

Wprowadzenie

Wszechstronny rozwój ucznia powinien być nadrzędnym celem wszystkich systemów edukacyjnych i wszelkich działań podejmowanych w ramach funkcjonowania tych systemów. Przygotowujemy uczniów do życia i działania w szybko zmieniającym się – wręcz nieprzewidywalnym – świecie, dlatego też musimy wykształcić w nich zdolność samodzielnego przystosowywania własnej wiedzy i umiejętności do stanu, jakiego ten świat – za lat kilka, kilkanaście, kilkadziesiąt – będzie wymagał. Musimy wzmacniać aktywność i kreatywność uczniowską.

Niezwykle szybki rozwój techniki i technologii informacyjnej powoduje niemal równie szybkie zmiany w zakresie wymagań stawianych absolwentom szkół przystępującym do pracy. Edukacja powinna więc mieć charakter dynamiczny, nie przystosowywać jedynie do stanu obecnego, ale niejako przewidywać i wyprzedzać przyszłe warunki i potrzeby społeczne. Dlatego też nie można w nowoczesnej dydaktyce nie wykorzystywać informatyki. Rozpowszechnienie technik informacyjnych stwarza szansę nauczania i uczenia się w sposób nowy, zindywidualizowany, skupiony na rozwoju ucznia, kształtujący jego twórczą postawę i problemowe podejście do zadań.

Warto uświadomić sobie, że komputery w nauczaniu mogą być wykorzystane w wielu aspektach, z których najważniejsze to:

- komputer jako niemal niewyczerpane źródło informacji, co pozwala przenieść ciężar kształcenia z treści na umiejętności,
- komputer jako nowoczesny środek dydaktyczny, który – pod warunkiem odpowiednio dobranego i wykorzystanego oprogramowania edukacyjnego – pozwala na upoglądowanie poznawanych treści, symulowanie i modelowanie procesów i zjawisk, ćwiczenie umiejętności w indywidualnym tempie itd. Komputer pomaga stawiać hipotezy i weryfikować je, rozpatrywać wiele przypadków danego zagadnienia, szybko wykonuje żmudne obliczenia, precyzyjnie rysuje wykresy najbardziej skomplikowanych funkcji.

Nauczanie matematyki w obecnej dobie nie jest sprawą łatwą. Często zadajemy sobie pytania:

- Jak uczyć, aby matematyka pomagała rozwijać twórczo uczniów?

- Jak uczyć, aby matematyka była ciekawa dla uczniów?
- Jak uczyć, aby uczniowie:
 - rozumieli matematykę,
 - cenili matematykę,
 - lubili matematykę,
 - nie bali się matematyki?

Wydaje się, że dobrą odpowiedzią na te pytania jest propozycja kształcenia poprzez inspirowanie uczniów do samodzielnego konstruowania wiedzy matematycznej. Wykorzystanie komputera jest tutaj nieocenioną pomocą.

Wykorzystanie komputera niesie też istotne korzyści dla rozwoju indywidualnego uczniów, ponieważ:

- pozwala pracować samodzielnie, a więc sprzyja ich aktywizacji;
- wywołuje pozytywną motywację do nauki przez uatrakcyjnienie procesu dydaktycznego i umożliwienie osiągnięcia sukcesu;
- może wykazać błędy, gdy tylko się pojawią i wymusić niejako ich poprawę, przy czym pozwala na popełnianie błędów raczej „prywatnie” niż „publicznie”;
- umożliwia polisensoryczność techniki kształcenia;
- pozwala szybko uzyskiwać informacje i przetwarzać je, a tym samym badać wiele przypadków oraz drogą wielu prób weryfikować postawione hipotezy, co jest istotnym elementem samodzielnego konstruowania wiedzy.

Dlatego też książka, którą oddaję do rąk Czytelnika, zawiera przede wszystkim propozycje, jak wykorzystać technologie informacyjno-komunikacyjne w kształceniu twórczego ucznia. Propozycje te obejmują przykłady wykorzystania oprogramowania edukacyjnego (programów GeoGebra, Graphic Calculus, Vustat, VuSurvey, arkusz kalkulacyjny) i gotowych materiałów multimedialnych, które można pobrać z ogólnie dostępnych repozytoriów. Najważniejsze jednak wydają się sytuacje dydaktyczne, w których korzystamy z komputera, dlatego też propozycje wykorzystania oprogramowania będą jednocześnie stanowiły propozycje tworzenia właśnie sytuacji dydaktycznych, w których uczeń może być twórczy, co będzie skutkowało samodzielnym konstruowaniem wiedzy matematycznej. Wykorzystane programy są nieskomplikowane, łatwe w obsłudze. Zastosowano je w sytuacjach dydaktycznych wymagających dynamiki, wyobraźni lub w celu wyeliminowania żmudnych i czasochłonnych czynności, jak np. odręczne wykonywanie licznych wykresów.

Książka zawiera też propozycję kompleksowego spojrzenia na wspomaganie kształcenia matematycznego wykorzystaniem multimedialnych. Dokonana została analiza podstawy programowej matematyki w szkole podstawowej, gimnazjum i szkole ponadgimnazjalnej pod kątem możliwości wykorzystania technologii informacyjno-komunikacyjnych i multimedialnych w realizacji poszczególnych haseł programowych.

Proponowane materiały dydaktyczne mają trojaki formę. Są to:

- scenariusze lekcji,
- przykłady stosowania metody problemowej przy rozpatrywaniu zagadnień matematycznych,
- przykłady rozwiązywania konkretnych zadań.

W książce omówione są też takie zagadnienia, jak rola komputera w przygotowaniu do egzaminów czy ocenianie w komputerowo wspomaganym kształceniu matematycznym. Mam nadzieję, że tematyka ta okaże się interesująca dla nauczycieli.

Książkę adresuję do:

- nauczycieli, aby zachęcić ich do komputerowego wspomaganie dydaktyki,
- uczniów, aby pokazać, że komputer może ułatwić rozumienie treści matematycznych i rozwiązywanie różnorodnych zadań, jak też pomóc w samodzielnym odkrywaniu matematyki,
- rodziców, aby ukazać im komputer jako bardzo ważne, sprzyjające rozwojowi ich dziecka narzędzie.

Wszystkim Cytelnikom życzę dużo radości i satysfakcji z odkrywania wiedzy matematycznej.

Anna Rybak
Uniwersytet w Białymstoku
Wydział Matematyki
i Informatyki

Rozdział III

Uczymy matematyki z komputerem

3.1. Materiały dydaktyczne dla szkoły podstawowej

3.1.1. Dział: Elementy algebry

Podczas realizacji tego działu przydatne mogą być prezentacje z portalu *Scholaris*. Przejście od arytmetyki do algebry jest dla wielu uczniów trudne, a „literki”, które pojawiają się w miejsce dobrze już oswojonych liczb są tworamı obcymi, dlatego też wielokanałowość przekazu podczas pierwszych spotkań ucznia z algebrą jest bardzo przydatna. Tłumaczenie zagadnień przez nauczyciela ze wsparciem ze strony dobrej prezentacji łączącej animację (umożliwiającą zrozumienie kolejnych kroków dowolnego procesu) i przekaz werbalny oddziałuje na różne zmysły ucznia, jednocześnie powodując polisensoryczny odbiór treści. Większość proponowanych zasobów posiada część teoretyczną i ćwiczenia praktyczne.

Poniżej umieszczone są zrzuty ekranów z przykładowych zasobów. Pokazują one budowę tych prezentacji oraz szatę graficzną.

Przykład 1.

Ryc. 3.1. Budowanie wyrażeń algebraicznych
Źródło: <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47108>
(dostęp: 29.12.2015)

Co to jest wyrażenie algebraiczne

1 Wyrażenia algebraiczne

Wybierz właściwą postać wyrażenia algebraicznego (n oznacza liczbę naturalną, a k oznacza liczbę całkowitą).

Trzy kolejne liczby naturalne.

- $n+1, n-1, n$
- $n, n-1, n+1$
- $n, n+1, n+2$
- $n+4, n+5, n+3$
- $n+4, n+5, n+6$
- $n+1, n, n+2$

00:16 | 01:50

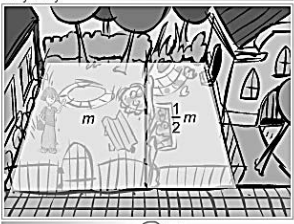
abc wyrażenie algebraiczne

Przykład 2.

Do czego służą wyrażenia algebraiczne

Wyrażenia algebraiczne służą do opisywania związków między liczbami.

Przykłady



00:37 | 00:58

Dodaj do całości treści odpowiednie wyrażenia algebraiczne.

Jaś ma m lat. Osoba 2 lata starsza ma:

a

b

c

d

$\frac{m}{2}$	$m + 2$
$m - 2$	$2 - m$

5

✓

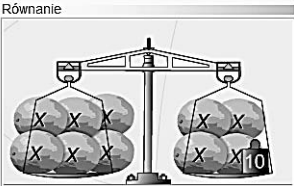
Ryc. 3.2. Zapisywanie związków pomiędzy wielkościami
 Źródło: <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47111>
 (dostęp: 29.12.2015)

Przykład 3.

Co to jest równanie

Dwa wyrażenia algebraiczne połączone znakiem = tworzą równanie.

Równanie



$x + x + x + x + x + x = x + x + x + 10$

00:20 | 00:32

Wybierz równanie opisujące stan wagi.

a

b

$3x = 5x + 2$

$5x = 3x + 2$

$2x - 2 = 3x$

5

✓

Ryc. 3.3. Równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą
 Źródło: <http://www.scholaris.pl/resources/run/id/47138>
 (dostęp: 29.12.2015)

Zauważmy, że zastosowanie wiedzy zaprezentowanej poprzez odtworzenie animacji i przekazu słownego w lewej części ekranu może być ćwiczone przez uczniów poprzez wykonywanie ćwiczeń zamieszczonych po prawej części ekranu. Każdy zasób można wykorzystywać etapami: prezentacja w części lekcji poświęconej wprowadzaniu nowych treści, natomiast ćwiczenia w części ćwiczeniowej. W zależności od warunków lokalowo-sprzętowych ćwiczenia mogą być wykonywane przez uczniów indywidualnie (lub w parach) przy komputerach i podsumowane wyjaś-

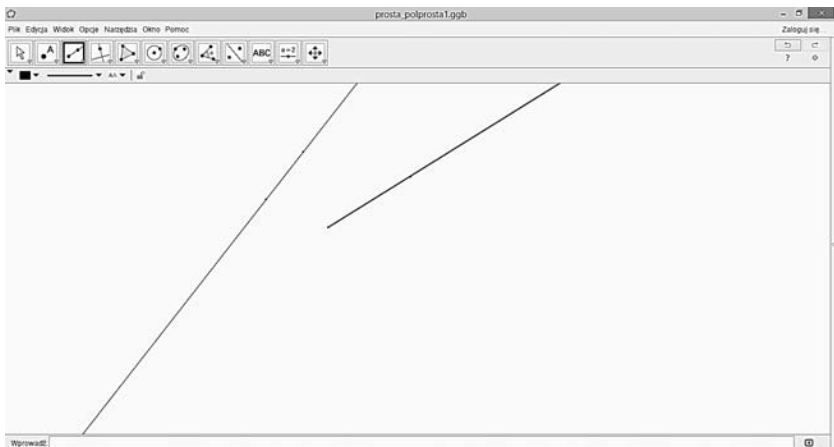
nieniem, dlaczego takie a nie inne rozwiązania są prawidłowe, lub wspólnie w drodze dyskusji.

3.1.2. Dział: Proste i odcinki

Podczas realizacji wszystkich trzech działów z zakresu geometrii na płaszczyźnie jest miejsce na samodzielne konstruowanie figur przez uczniów w programie *GeoGebra*. Konstrukcje omawianych figur (punktu, prostej, półprostej, kąta, trójkąta, czworokąta, okręgu) są łatwe, więc ich wykonywanie jest jednocześnie dobrą okazją do ćwiczenia i doskonalenia umiejętności posługiwania się programem. Podczas realizacji treści z zakresu geometrii na płaszczyźnie pojawia się też okazja do pracy badawczej ucznia. Co możemy zrobić z programem *GeoGebra* podczas realizacji poszczególnych treści nauczania?

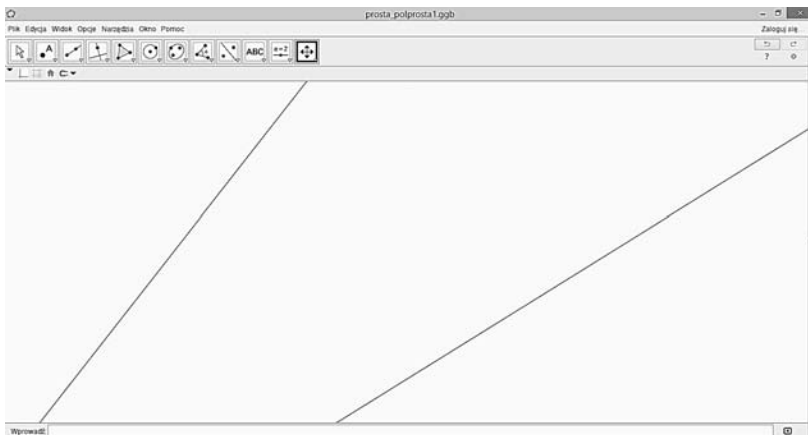
Uczeń: rozpoznaje i nazywa figury: punkt, prosta, półprosta, odcinek.

Możemy pomóc uczniowi „oswoić” pojęcie nieskończoności płaszczyzny, prostej i półprostej. Uczniowie zwykle rysują prostą (a raczej bardzo krótką jej reprezentację) na kartce lub tablicy, rzadko rysując „od brzegu do brzegu”, co przynajmniej sugerowałoby możliwość „przedłużenia” figury. Program *GeoGebra* pozwala przemieszczać obszar roboczy według naszych życzeń, dlatego uczeń widzi, że płaszczyzna nie kończy się, prosta nie kończy się „z obu stron”, półprosta nie kończy się „z jednej strony”. Popatrzmy na poniższy zrzut ekranu:



Ryc. 3.4. Prosta i półprosta
Źródło: opracowanie własne

A teraz obszar roboczy przesunięty (zaznaczona jest ikona przemieszczania obszaru):

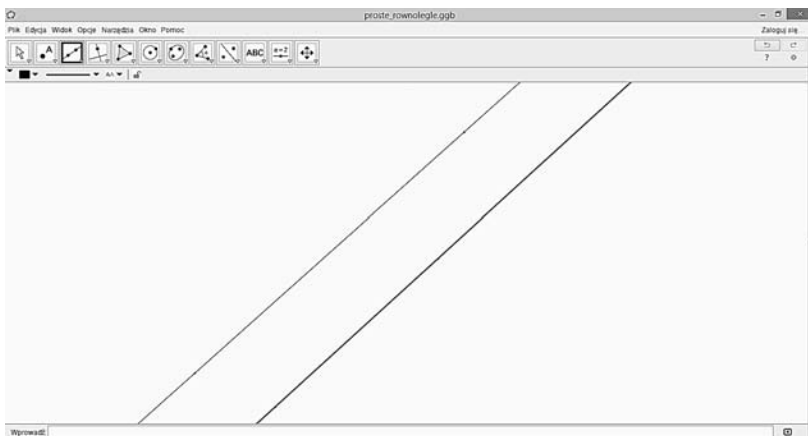


Ryc. 3.5. Wędrujemy po płaszczyźnie; prosta i półprosta nie mają końca
Źródło: opracowanie własne

Uczniowie mogą przesuwać obszar roboczy w dowolne strony; ważne jest prowadzenie z nimi dyskusji o tym, co widzą na aktualnie widocznym fragmencie obszaru, a co się dzieje poza nim. Ważne jest, aby padły słowa „nieskończoność”, „nieskończony”.

Uczeń rozpoznaje odcinki i proste prostopadłe oraz równoległe.

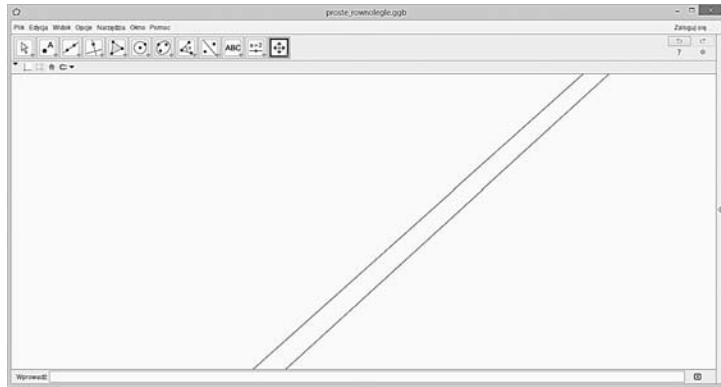
Możemy uświadomić uczniom złudzenie równoległości (a raczej oni mogą sobie uświadomić to złudzenie poprzez swoje działania z programem). Dlaczego ta świadomość jest ważna? Ponieważ uczniowie wiele rysunków wykonują „na oko”, nie dbając o precyzję konstrukcji. Bardzo łatwo jest narysować dwa odcinki o długościach 4 cm i 5 cm, które wyglądają na równoległe. Jeśli przedłużymy proste, w których są zawarte, może okazać się, że te „równoległe” wcale równoległe nie są. Popatrzmy na poniższy zrzut ekranu:



Ryc. 3.6. Próbowaliśmy narysować proste równoległe
Źródło: opracowanie własne

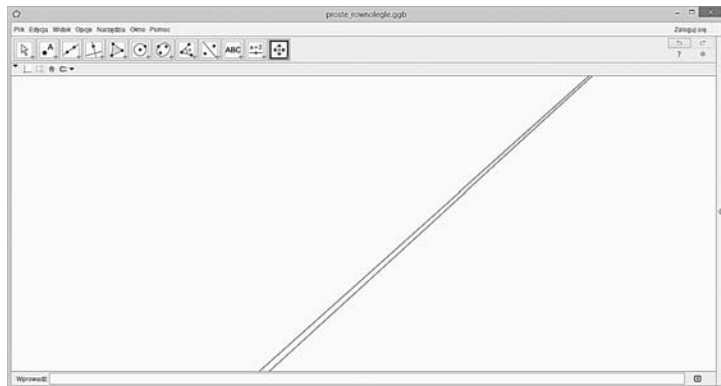
Proste są równoległe, prawda? (oczywiście, przy wykonywaniu rysunku nie była wykorzystywana opcja Prosta równoległa).

A teraz przemieśmy nieco obszar roboczy:



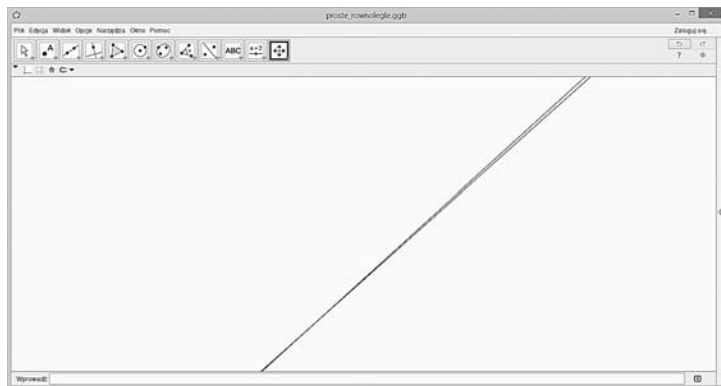
Ryc. 3.7. Podążamy z naszymi prostymi „w nieskończoność”
Źródło: opracowanie własne

Czy pojawia się już jakaś wątpliwość? Przenieśmy jeszcze bardziej:



Ryc. 3.8. Czy one naprawdę są równoległe?
Źródło: opracowanie własne

i jeszcze:



Ryc. 3.9. Równoległość była złudzeniem...
Źródło: opracowanie własne