

Michał Kremzer

Pamiętniki matematyczne

zadania i ciekawostki dla uczniów
gimnazjów i szkół ponadgimnazjalnych



Opole 2015

Spis treści

Wstęp	4
Liczby naturalne	6
Liczby całkowite	7
Liczby rzeczywiste	8
Liczby – zadania I	10
Liczby – zadania II	11
Liczby w trójkątach i czworokątach	12
Geometria – zestaw zadań I	14
Geometria – zestaw zadań II	16
Odgadnąć własność	17
Pięciokąt wpisany w okrąg	18
Równe długości odcinków symetralnych	18
Boki i kąty	19
Trójkąty składowe i podobieństwo	19
Pomiędzy	20
Pole trójkąta	20
O pewnej tożsamości	21
Rozwiązania	23

Wstęp

Książka adresowana jest do uczniów zainteresowanych matematyką i nauczycieli matematyki.

Zadania są nietypowe ale nie bardzo trudne.

Teksty *O pewnej tożsamości* i *Pole trójkąta* przeznaczone są w zasadzie tylko dla licealistów, pozostałe teksty mogą być śmiało analizowane w gimnazjum.

Mam nadzieję, że lektura książki przyniesie Czytelnikowi wiele przyjemności i satysfakcji intelektualnej.

Wszystkie zadania i ciekawostki są mojego autorstwa. Jestem matematykiem z wykształcenia i z zamiłowania.

Liczby naturalne

1. Podać przykład liczb naturalnych dodatnich a i b takich, że liczba $a + 6$ jest podzielna przez $8b + 9$.
2. Podać przykład liczb naturalnych dodatnich a i b takich, że liczba $7a + 1$ jest podzielna przez $7b + 4$.
3. Czy istnieją liczby naturalne nieparzyste a i b takie, że liczba $3a + 4b$ jest podzielna przez $a + 5$?
4. Wyznaczyć wszystkie liczby naturalne dodatnie a takie, że liczba $2(a + 4)$ jest podzielna przez $a + 1$.
5. Podać przykład liczb naturalnych dodatnich a , b i c takich, że liczba $a(b + c)$ jest podzielna przez 3 i niepodzielna przez 5 natomiast liczba $ab + c$ jest podzielna przez 5 i niepodzielna przez 3.
6. Podać przykład liczb naturalnych dodatnich a , b i c takich, że liczba $ab + c$ jest podzielna przez 3 i niepodzielna przez 7 natomiast liczba $ac + b$ jest podzielna przez 7 i niepodzielna przez 3.
7. Podać najmniejszą liczbę dziewięciocyfrową podzielną przez mniejszą od niej liczbę dziewięciocyfrową.
8. Podać liczbę naturalną większą od 1000, która jest wspólnym dzielnikiem liczb 20037050044560000 oraz 700009000002000.
9. Liczby a , b , c , d są liczbami naturalnymi takimi, że liczby $a + b$, $a + b + c$, $a + b + c + d$ są podzielne przez 6. Które spośród liczb a , b , c , d muszą być podzielne przez 6, a które nie muszą?
10. Czy liczba 12342532222628373670 jest podzielna przez 16?

Odgadnąć własność

1. Mają ją wszystkie trójkąty rozwartokątne, prostokątne, oraz część trójkątów ostrokątnych.
2. Mają ją niektóre prostokąty, niektóre trójkąty, ale nie ma jej trójkąt równoboczny, nie ma jej też wiele trójkątów prostokątnych.
3. Mają ją tylko trójkąty rozwartokątne.
4. Wśród czworokątów wypukłych mają ją tylko równoległoboki i deltoidy.
5. Nie ma jej trójkąt o bokach 3, 4, 5. Nie ma jej trójkąt o bokach 6, 8, 10. Ma ją trójkąt o bokach 15, 20, 25.
6. Mają ją wszystkie trójkąty, oraz część innych wielokątów.
7. Mają ją prostokąty, trapezy równoramienne (nie równoległoboki), ale nie mają jej wszystkie równoległoboki.