

**PRZYGODA  
Z NIEMOŻLIWYMI  
KSZTAŁTAMI**

# Spis treści

- Wstęp 7
- 1 Jak to się zaczęło? 9
- 2 Trochę historii 17
- 3 Jak patrzeć na bryły, by dostrzec złudzenie? 25
- 4 No to budujemy! 27
  - 4.1 Samochód 29
  - 4.2 Basen 31
  - 4.3 Ramka 34
  - 4.4 Przecięte „o” 37
  - 4.5 Niemożliwe pudełko 40
  - 4.6 Trójkąt Penrose’a 42
  - 4.7 Osiedle 44
  - 4.8 Ławka nieszczęśliwie zakochanych 47
  - 4.9 Schody Zöllnera 49
- 5 Zaproszenie do obejrzenia niemożliwych kształtów prezentowanych przez autora 51
- Bibliografia 55
- Siatki brył 57

# Wstęp

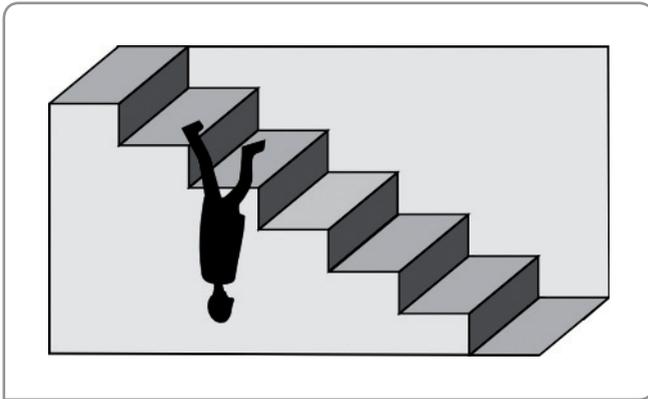
Ta książeczka łączy uprawianie matematyki z fotografowaniem. Dokonuje więc pewnego przełomu i to w taki sposób, który wywołał duże zainteresowanie młodzieży w szkole.

Matematyka ma wiele postaci. Można uważać, że jest językiem wizualnym, ponieważ nawet sens zapisów arytmetycznych i algebraicznych chwyta się wzrokiem. Mimo to jeszcze niedawno wydawało się, że fotografowanie nie ma wiele wspólnego z nauką matematyki. Tylko nieliczni próbowali przekroczyć mur dzielący te dwa obszary działania. Autor tej książeczki jest nauczycielem matematyki i fizyki w gimnazjum w Cegłowie, absolwentem Akademii Podlaskiej w Siedlcach. W latach 2005–2008 brał udział w międzynarodowym projekcie unijnym, Professional Development of Teacher Researchers, w grupie siedleckiej. Świadectwem tego jest plakat przedstawiony na fot. 1.8. Korzystając ze swojej pasji do rzeczy niezwykłych, budował z grupką uczniów prawdziwe modele, które można było sfotografować w taki sposób, aby powstawał obraz różnych znanych i nieznanymi „obiektów niemożliwych”. Ta praca wymagała od uczniów dużego zaangażowania, dobrej znajomości geometrii i kształtowała umiejętność współpracy wokół wspólnej idei. Było to rozwijanie pewnego oryginalnego sposobu patrzenia i spostrzegania obiektów w przestrzeni, trochę nawiązującego do stylu Eschera.

Według słów Rolanda Barthesa, „fotografia jest świadectwem prawdy”. Ta książeczka wydaje się temu przeczyć. Przedstawia przecież fotograficznie obiekty niemożliwe. Jednak nie jest to sprzeczne z przytoczonymi słowami. Fotografie w tej książeczce wyjaśniają i przedstawiają prawdziwe doznanie tego, co zostało zobaczone przez autora zdjęć.

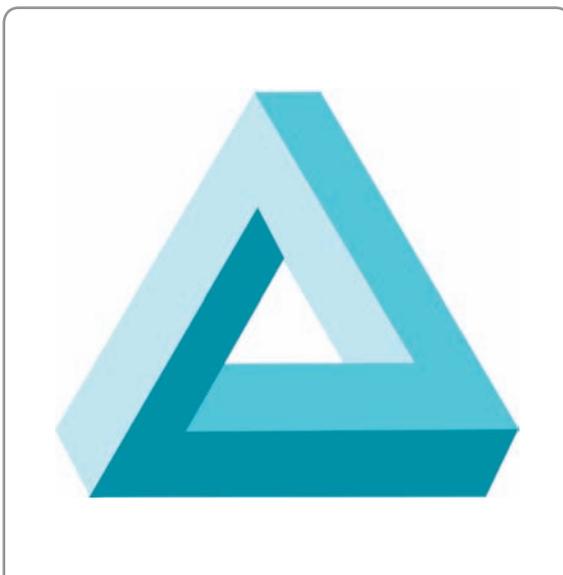
Często stawiane jest pytanie: do kogo należy fotografia? Do właściciela fotografowanego terenu i znajdujących się tam obiektów, czy do tego, kto fotografuje, czyli autora zdjęć? Ja zawsze odpowiadam na to pytanie, że należy do tego, kto fotografuje. Świadomy autor fotografii stara się uchwycić to, co widzi, to, co przez niego zobaczone, swój punkt widzenia na to, co ma przed obiektywem. Mechanizm wykonania zdjęcia ma charakter ślepego algorytmu, ale to, co ten algorytm uchwycił, jest wybrane i wskazane przez autora. To, co zobaczone, określa po grecku słowo „theoremą”. To słowo używane jest w matematyce i oznacza spostrzeżenie prawdziwe i uzasadnione. Ten zbieg okoliczności nie jest przypadkowy. Rozwijanie wyobraźni przestrzennej jest zaproszeniem do geometrii. Jest dobrym wstępem do matematyki. Daje to, co jest charakterystyczne dla matematyki i co najtrafniej opisał już Platon w starożytności: „Matematycy kreślą konkretne figury, na których prowadzą swoje argumentacje, ale myślą nie o tych, co właśnie kreślą, ale o tych idealnych, prawdziwych, pomyślanych, których żaden człowiek nie może inaczej zobaczyć, jak tylko myśleć” (Platon, *Państwo*, Księga 6, 510 DE).

**Prof. Waclaw Zawadowski**

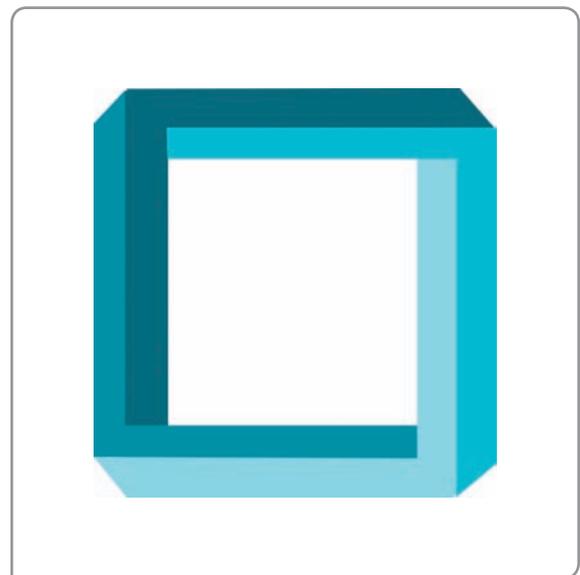


Fot.2.7. A teraz którą interpretację wybrał Twój mózg?

Za „ojca” niemożliwych kształtów uważany jest szwedzki artysta Oscar Reutersvärd. Pierwszy taki obiekt stworzył w 1934 roku. Artysta ten był niezwykle twórczy, zaprojektował około 2500 obiektów. Swoje nierealne kształty przedstawiał jako rysunki dwuwymiarowe, które przez mózgi oglądających je osób były odbierane jako niemożliwe do zbudowania obiekty 3D. Jego osiągnięcia były na tyle znaczące, że zostały uhonorowane w 1982 roku przez Szwecję serią trzech znaczków pocztowych. Były one w obiegu około 2 lat, po czym zostały wycofane. Obecnie unikatowe znaczki są łakomym kąskiem dla kolekcjonerów z całego świata<sup>4</sup>. Jeden z bardziej znanych rysunków Oscara Reutersvärda to trójkąt Penrose’a (fot. 2.8). Pewnie zauważyłeś, że nazwa trójkąta pochodzi nie od nazwiska jego twórcy, ale od nazwiska matematyka, Rogera Penrose’a, który niezależnie opracował i spopularyzował ten trójkąt w roku 1950, opisując go jako „niemożność w najczystszej postaci”. W ślad za trójkątem powstał kolejny kształt – kwadrat Penrose’a.



Fot. 2.8. Trójkąt Penrose’a.



Fot. 2.9. Kwadrat Penrose’a.

Czy można te sprzeczne figury zbudować i sfotografować?

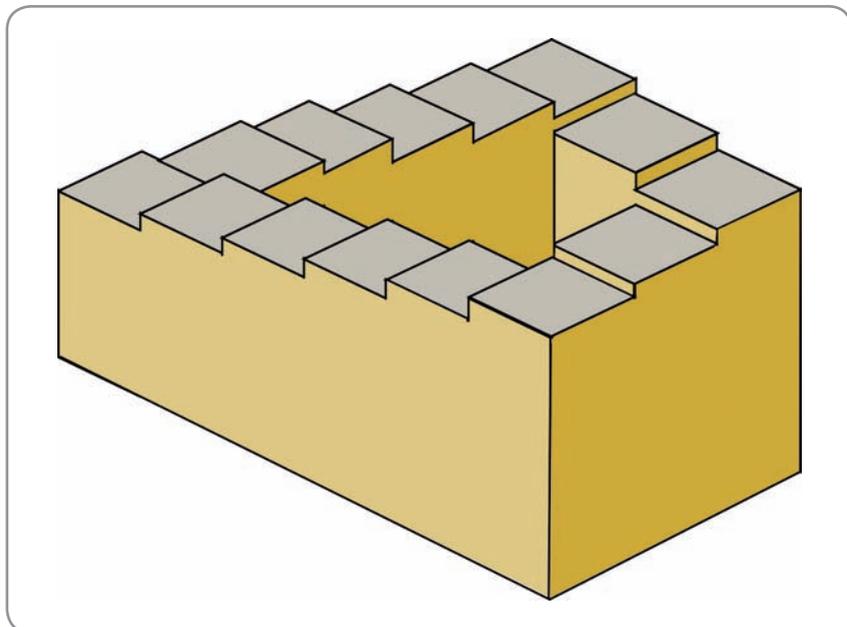
<sup>4</sup> Por. Al Seckel, *Masters of deception: Escher, Dalí & the artists of optical illusion*, Nowy York 2004, s. 263.

O tym, jak popularna i intrygująca jest ta figura, może świadczyć fakt, że trójkąt Penrose'a stał się inspiracją dla wielu budowli architektonicznych na naszym kontynencie.



Fot. 2.10. Prawdziwy model niemożliwego trójkąta. To, co zobaczone, zostało uchwycone fotograficznie (Claisebrook Roundabout w południowej Australii).  
Autor fotografii: Bjørn Christian Tørrissen, bjornfree.com

Ciekawym i wartym uwagi obiektem są również Schody Penrose'a (fot. 2.11). Obiekt ten został zaprojektowany przez Lionela Penrose'a i jego syna Rogera. Rysunek przedstawia schody załamane czterokrotnie pod kątem 90 stopni. Nie byłoby w tym nic dziwnego, gdyby nie to, że schody prowadzą w górę, a jednak na górę po nich nie można wejść – ciągle wraca się do punktu wyjściowego. Jest to niemożliwe do wykonania w trzech wymiarach, ale dwuwymiarowy rysunek umożliwia przedstawienie tej paradoksalnej budowli dzięki zakłóceniu perspektywy.

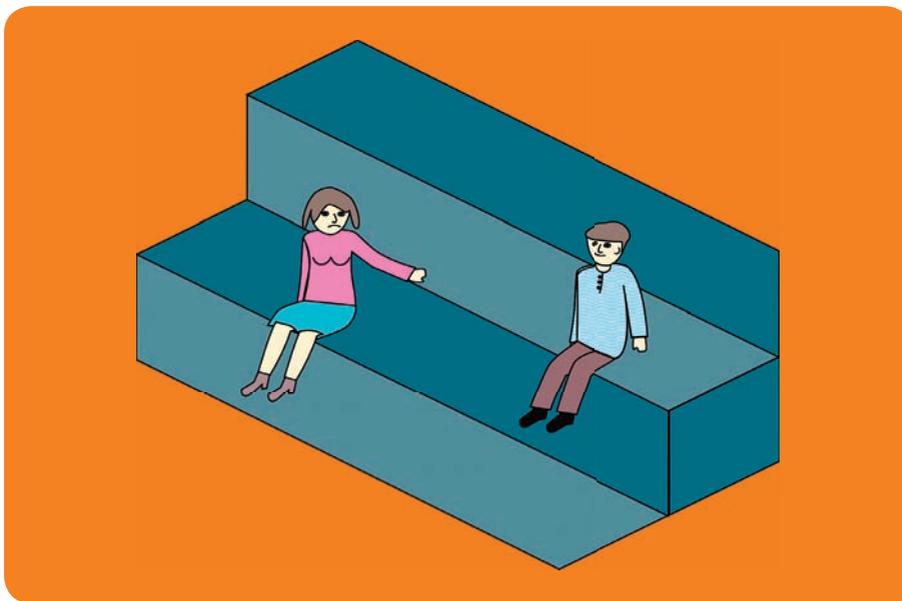


Fot. 2.11. Schody Penrose'a.

Bardziej znaną postacią zajmującą się niemożliwymi kształtami był holenderski malarz i grafik Maurits Cornelis Escher (1898–1972). Przeglądając jego dorobek artystyczny, można zaobserwować, że Escher przedstawiał na swoich dziełach budynki zamieszkałe przez ludzi. Nie są to jednak

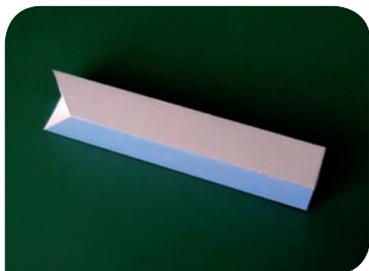
## 4.8 Ławka nieszczęśliwie zakochanych

Gdy po raz pierwszy zobaczyłem rysunek tej bryły, od razu przyszła mi na myśl nieszczęśliwa miłość i skojarzenie z bohaterami dramatu Williama Szekspira. Dwoje młodych ludzi siedzących na jednej ławce. Zdawałoby się, że nic nie jest w stanie przeszkodzić im w spotkaniu. A jednak tym utrudnieniem jest ławka. Ławka? Ale jakim cudem? Przecież siedząc na ławeczce, nie mogą być już bliżej siebie. A jednak... Siedząc na tej ławce, którą zbudujesz, nigdy się nie spotkają. Stąd właśnie moja nazwa tego niemożliwego kształtu.

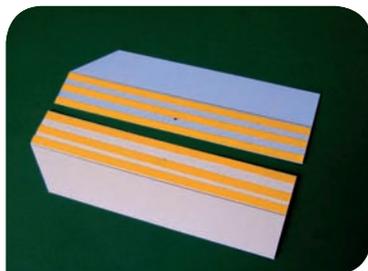


Fot. 4.8.1. Ławka nieszczęśliwie zakochanych.

Po wycięciu siatek z arkuszy 8a i 8b sklej Element A. Zwróć szczególną uwagę na to, aby element ten nie skręcał się, gdyż udaremni to uzyskanie złudzenia. Na Elemencie A są dwa wykropkowane prostokąty oznaczone literami „X” i „Y”. W te miejsca przyklej pola Elementów B i C oznaczone tymi samymi literami. Radzę nie używać do tego kleju na bazie wody, gdyż powoduje on nasiąkanie papieru, a w efekcie zwijanie się Elementów B i C. W tym złudzeniu zaś ważne jest, by były one idealnie proste. Proponuję użyć kleju w spray’u lub taśmy dwustronnie klejącej.



Fot. 4.8.2. Element A po sklejeniu.



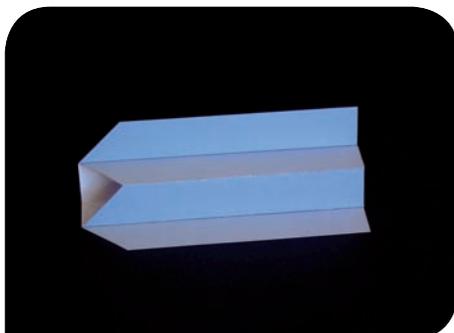
Fot. 4.8.3. Na Elementach B i C przyklejona jest taśma dwustronnie klejąca.



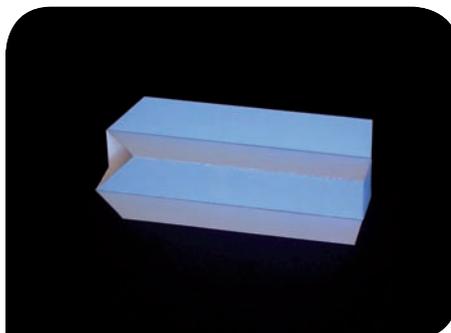
Fot. 4.8.4. Gotowa bryła.

### Jak dostrzec złudzenie?

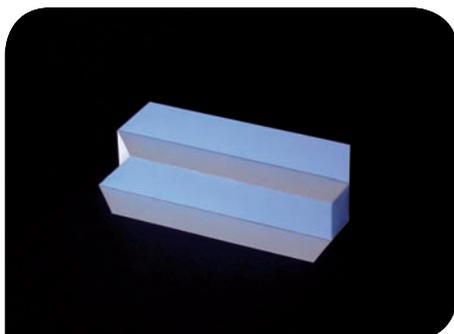
Sposób oglądania tej bryły jest niemal identyczny jak w przypadku omawianego wcześniej pudełka z rozdziału 4.5. Dla ułatwienia spojrzysz na serię poniższych fotografii. Efekt też jest podobny. Jednak kontekst nieszczęśliwej miłości sprawia, że w tym kształcie jest coś iście fascynującego. A może dołożyć do bryły figurki dwóch postaci? Proszę bardzo, masz wolną rękę, to Ty jesteś budowniczym.



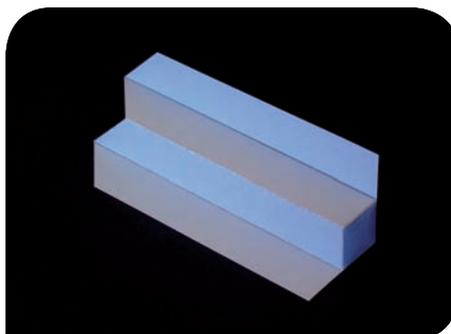
Fot. 4.8.5. Położenie, od którego najlepiej zacząć obserwację.



Fot. 4.8.6. Obserwator przesuwa się w prawo.



Fot. 4.8.7. Obserwator jest za nisko. Musi się podnieść oraz przemieścić w prawo, aż ukryje się biały detal widoczny z lewej strony.



Fot. 4.8.8. Obserwator znalazł właściwą pozycję. Widać złudzenie niemożliwej tawki.

