

Barbara Stryczniewicz

Bliskie spotkania z matematyką

**Zbiór zadań
na kółka matematyczne
dla szkół podstawowych**

Opole 2008

Spis treści

1. Wprowadzenie	5
2. Bliskie spotkania z matematyką	7
3. Praca ze zbiorkiem	9
4. W świecie liczb	11
5. Procenty	34
6. W sklepie	43
7. W Płaskolandii	56
8. Bryły	72
9. Rozwiązania zadań	81
9.1. W świecie liczb	81
9.2. Procenty	92
9.3. W sklepie	100
9.4. W Płaskolandii	108
9.5. Bryły	117
10. Bibliografia	124

1 Wprowadzenie

Winno się wszystkich młodych ludzi nauczyć rzeczy koniecznych i ważności praktycznego zastosowania. Sukces zależy w dużo większym stopniu od pilności niż od talentów czy wrodzonych zdolności. Bez trwałej pilności najwspanialsze talenty człowieka niewiele dają korzyści, natomiast osoby o przeciętnych zdolnościach, czyniąc z nich właściwy użytek, mogą dziać cuda.
Ellen Gould White¹

Pierwszymi nauczycielami dzieci są ich rodzice i to oni odkrywają najwcześniej określone talenty swoich dzieci. Oni też powinni od najmłodszych lat stwarzać dziecku odpowiednie środowisko domowe, sprzyjające rozwijaniu się tych talentów. Dzięki ich wsparciu dziecko przekraczające po raz pierwszy próg szkół będzie od początku zainteresowane osiąganiem wysokich wyników, pogłębianiem wiedzy i umiejętności lub może traktować szkołę jako smutną konieczność. Zwłaszcza wtedy, gdy wystąpią pierwsze trudności i dziecko nie znajdzie wsparcia najpierw w rodzinie a potem w szkole. Dobra szkoła powinna tak uczyć i wychowywać swoich uczniów, aby umożliwić im pełny rozwój intelektualny i społeczny. Dzieci powinny mieć szanse rozwinięcia wszystkich swoich możliwości. Jednak nawet najlepsza szkoła nie pomoże, bez odpowiedniego wsparcia ucznia przez dom rodzinny.

Dziecko zdolne można rozpoznać dość wcześnie. Poniżej podaję niektóre z cech, które charakteryzują takie dziecko już w młodszy wieku szkolnym:

- wielka ciekawość poznawcza;
- szybkość i łatwość uczenia się i zapamiętywania;
- szerokie zainteresowania;
- bogate słownictwo w porównaniu z innymi dziećmi w tym samym wieku;

1. Ellen Gould White, *Wychowanie*. Chrześcijański Instytut Wydawniczy „Znaki Czasu”. Warszawa 1992.

- zdolność do samodzielnej, efektywnej pracy;
- umiejętność czytania często na długo przed rozpoczęciem szkoły;
- umiejętność przenikliwej obserwacji;
- inicjatywa i oryginalność w pracy umysłowej;
- niezwykła wyobraźnia.

Rozpoznawanie uczniów zdolnych można by zrealizować poprzez masowe badania przeprowadzane przez odpowiednie instytucje. Jest to w praktyce jednak dość trudne i chyba nie zawsze konieczne. Szkoła może stać się miejscem, w którym każdy uczeń odniesie sukces. Pracując z uczniami nad rozwojem ich naturalnych predyspozycji i uzdolnień, trzeba wziąć pod uwagę wszystkie czynniki wpływające na ten rozwój. Ważne wydają się dwa poniższe aspekty.

- **Podstawą sukcesu jest wiara we własne możliwości i pozytywny obraz własnej osoby.**

Działanie pedagogiczne powinno być zatem nastawione na ukształtowanie w uczniach wiary w siebie, samoakceptacji, umiejętności pokonywania trudności i przeżywania porażki oraz rozpoznawania swoich mocnych i słabych stron.

- **Dziecko o dużych możliwościach intelektualnych jest zwykle ciekawą i silną indywidualnością, ale bywa też osobą skomplikowaną i trudną wychowawczo.**

Szczególne wyróżnianie dziecka na niższych etapach kształcenia, wskazywanie na jego wysoki iloraz inteligencji – może spowodować u dziecka utrwalenie negatywnych cech osobowości, takich jak poczucie wyjątkowości w stosunku do innych, zarozumiałość i lekceważenie mniej zdolnych kolegów czy koleżanek.

2 Bliskie spotkania z matematyką

Matematyka zawiera w sobie nie tylko prawdę, ale i najwyższe piękno – piękno chłodne i surowe, podobne do piękna rzeźby.

Bertrand Russel

Ucznia uzdolnionego w matematyce czy innych przedmiotach ścisłych zwykle rozpoznajemy nieco później, ponieważ dopiero w starszych latach szkolnych takie kierunkowe uzdolnienia mogą się w pełni ujawnić i rozwinąć. Ogromną rolę w tym odkrywaniu może spełnić dobry nauczyciel, który odpowiednio wcześniej będzie chciał z uczniem uzdolnionym pracować i ułatwiać mu poznanie tajników tych zwykle trudniejszych dziedzin wiedzy. Charakterystyczne cechy ucznia uzdolnionego matematycznie to:

- umiejętność dostrzegania problemów i zależności matematyczno-fizycznych oraz elastycznego i niestereotypowego myślenia;
- wysoko rozwinięta pamięć logiczna i mechaniczna;
- zdolność szybkiego przejścia z rozumowania konkretno-obrazowego do myślenia abstrakcyjnego;
- tendencja do poszukiwania prostych, jasnych, czasami zaskakujących rozwiązań;
- krytyczne spojrzenie na rozumowanie własne lub cudze;
- dobrze rozwinięta wyobraźnia i łatwość koncentracji uwagi przez dłuższy czas;
- umiejętności twórcze (np. oryginalne rozwiązania zadań).

Uczeń zdolny, zwłaszcza w przedmiotach ścisłych, wymaga wsparcia, pomocy i zainteresowania. Nauczyciel powinien takiego ucznia aktywizować, mobilizować do pracy, pobudzać do kreatywnego działania, rozumieć twórczy niepokój i bezkompromisowość młodego człowieka. Kierując aktywnością ucznia nauczyciel może wpływać na jego postawę tak, aby uczeń stawał się bardziej samodzielny, otwarty, aktywny, dociekliwy, pomysłowy,

a w konsekwencji, aby preferował twórczy styl życia. Jednocześnie należy stale mieć na uwadze, aby uczeń nie tylko był zdolny, ale również potrafił się odnaleźć wśród innych, z którymi przebywa, uczy się i kiedyś będzie pracował. Żeby nadmierny indywidualizm i przerost ambicji nie spowodowały szkód w rozwoju osobowym i społecznym danego ucznia.

W warunkach szkolnych praca z uczniem zdolnym ma na celu dalsze rozwijanie jego zdolności. Są to działania nastawione na:

- szybszy rozwój uczniów zdolnych;
- wyposażenie ich w większy zakres wiedzy;
- umożliwienie im uzyskania wiedzy o wyższym poziomie trudności, zgodnie z poziomem ich rozwoju intelektualnego, poziomem uzdolnień;
- kształtowanie u uczniów zdolnych myślenia twórczego i rozwijania oryginalności.

Indywidualna praca nauczyciela z uczniem zdolnym jest realizowana głównie na lekcjach. Jest to optymalny sposób pozwalający dostosować treści i tempo uczenia się do możliwości ucznia. Zwykle realizuje się to poprzez różne formy działania, np.:

- prowadzenie przez uczniów fragmentów lekcji, korygowanie błędów kolegów;
- stworzenie uczniom najzdolniejszym okazji do swobodnego wyboru zadań trudniejszych lub dodatkowych na sprawdzianach i w czasie lekcji;
- organizowanie konkursów w rozwiązywaniu zadań trudniejszych;
- samodzielna praca ucznia nad zagadnieniami wykraczającymi poza program nauczania, uczeń pracuje w oparciu o specjalnie dla niego przygotowane listy zadań, karty pracy, źródła itd., sporadycznie konsultując się z nauczycielem.
- samodzielne opracowywanie zagadnień i prezentowanie ich na szerszym forum, np. kółka matematycznego, klasy lub szkoły;

- wykonywanie prezentacji multimedialnych, tłumaczeń lub słowniczków przedmiotowych, prac z historii danej dziedziny wiedzy, rozwiązywanie zadań dodatkowych.

Innymi sposobami pracy z uczniem zdolnym w szkole mogą być:

- indywidualny tok nauczania w procesie dydaktycznym sprzyja ukończeniu szkoły w skróconym czasie;
- patronat indywidualny;
- objęcie ucznia systemem stypendialnym w ramach Krajowego Funduszu na Rzecz Rozwoju lub innej fundacji o szerokim zasięgu;
- zachęcanie ucznia do uczestnictwa w wydarzeniach pozaszkolnych, takich jak: odczyty, seminaria, konkursy, wystawy, warsztaty, obozy, kółka zainteresowań itd. oferowane przez własną szkołę lub inne instytucje;
- twórcze klasy autorskie, eksperymenty i innowacje.

3 Praca ze zbiorciem

Proponowany zbiorek zadań dla uczniów klasy IV – VI szkoły podstawowej jest propozycją przede wszystkim dla tych uczniów, którzy chcieliby pogłębiać swoje umiejętności matematyczne i lepiej przygotować się do czekającego ich sprawdzianu w klasie szóstej lub brać udział w konkursach matematycznych. Przy okazji mogliby zapracować na wyższe oceny za rozwiązywanie dodatkowych zadań. Zbiorek jest też propozycją dla nauczycieli matematyki, którzy zadania i ćwiczenia mogą wykorzystywać w pracy ze swoimi uczniami. Oczywiście, dodatkowe zadania to również dodatkowa praca dla nauczyciela, ale ponieważ wyższe wyniki uczniów to ważny cel pracy nauczycielskiej – zadania dodatkowe mogą stać się dobrym narzędziem w tej pracy.

Zbiorek dzieli się na pięć działów:

- W świecie liczb – własności i działania

- Procenty – zadania z użyciem procentów
- W sklepie – zadania związane z zakupami
- W Płaskolandii – własności i miary figur, pola i obwody
- Bryły – własności, pola powierzchni i objętości

W każdym z wymienionych działów znajduje się po kilka ćwiczeń, które przypominają pewne własności liczb lub figur. Nauczyciel może wykorzystywać je jako ćwiczenia wprowadzające do lekcji, jako ćwiczenia dodatkowe do pracy na lekcjach a także w pracy pozalekcyjnej. Uczniowie mogą takie ćwiczenia wykonywać w parach, w grupach 3-, 4-osobowych i mogą być oceniani za aktywność w ich rozwiązywaniu. Np. trzy pierwsze zespoły lub pary otrzymują za poprawne rozwiązanie odpowiednio po 3 pkt, 2 pkt i 1 pkt. Nauczyciel może opracować odpowiedni dla swoich uczniów system oceny aktywności, czyli przeliczania tak zdobywanych punktów na oceny szkolne

Oprócz ćwiczeń w każdym z działów znajduje się po kilka zestawów zadań na podany w tytule temat. Zestawy są oznaczone odpowiednio A i B. Oznacza to, że są to zadania o analogicznej treści, tylko innych danych. Zadania wersji A są przeznaczone do pracy na lekcji lub kole matematycznym. Do nich są załączone wszystkie dokładne rozwiązania i opisy. Zestawy wersji B są przeznaczone do samodzielnego rozwiązywania przez uczniów w domu. Do tych zadań podane są tylko odpowiedzi. Uczeń, korzystając z rozwiązanych przez siebie zadań wersji A i dodatkowych objaśnień nauczyciela, samodzielnie rozwiązuje zadania każdego zestawu, otrzymując za ich rozwiązanie dodatkowe punkty lub oceny. Sposób rozliczania zadań oraz ewentualnie sposoby sprawdzenia samodzielności wykonania zadań każdy nauczyciel musi ustalić sam, bo zna najlepiej możliwości swoich uczniów i ich styl pracy.

W podsumowaniu chciałabym powiedzieć, że: *Bliskie spotkania z matematyką są bardzo potrzebne każdemu człowiekowi. Coś, co jest bliskie, przestaje być groźne i nawet ci „obcy” nie mogą w takiej sytuacji przerażać.*

Barbara Stryczniewicz

Dowiesz się, rozwiązując poniższą krzyżówkę. (poziomo)

1. Otrzymasz ją, odejmując dwie liczby.
2. Są nimi liczby: 1, 3, 5, 7, 9,
3. Zapis np. 23.
4. Otrzymasz ją, dodając dwie liczby.
5. Wynik dzielenia dwóch liczb.
6. Są nimi liczby: 2, 4, 6, 8, ...
7. Wynik mnożenia dwóch lub więcej liczb.
8. Największa liczba, przez którą dzielą się bez reszty dwie dane liczby.
9. Liczby te dzielą się tylko przez siebie i przez 1.

1									
2									
	3								
		4							
5									
		6							
		7							
			8						
9									

Pomaluj zgodne pola w każdej kolumnie według wzoru.

Liczby te mają na końcu cyfry: 0, 2, 4, 6 lub 8	Są to liczby podzielne przez 10	25, 75, 300, 250
Liczby te mają na końcu cyfrę 0 lub 5	Są to liczby podzielne przez 4	2, 50, 44, 66
Liczby te mają na końcu cyfrę 0	Są to liczby podzielne przez 9	20, 30, 440, 500
Suma cyfr tych liczb dzieli się przez 3	Są to liczby podzielne przez 2	35, 85, 330, 200
Suma cyfr tych liczb dzieli się przez 9	Są to liczby podzielne przez 25	124, 3344, 1000
Dwie ostatnie cyfry tych liczb dają liczbę podzielną przez 4 lub są zerami	Są to liczby podzielne przez 5	42, 222, 12, 819
Dwie ostatnie cyfry tych liczb dają liczbę podzielną przez 25 lub są zerami	Są to liczby podzielne przez 3	234, 36, 342, 639

Zamaluj w tabeli kolumny, w których są wszystkie liczby parzyste. Wśród pozostałych liczb – zamaluj liczby podzielne przez 5, liczby podzielne przez 3 i liczby podzielne przez 7.

Przeanalizuj pozostałe liczby i powiedz – jakie to liczby?

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Liczby, których nie zakresłono, to liczby:

Ćwiczenie 12

Uzupełnij tabelę według wzoru podanego w pierwszej kolumnie.

	36	48	6	4,5	$2\frac{1}{3}$
Liczba o 5 większa od danej	$36 + 5 = 41$				
Liczba o 4 mniejsza od danej	$36 - 4 = 32$				
Liczba 2 razy większa od danej	$36 \cdot 2 = 72$				
Liczba 2 razy mniejsza od danej	$36 : 2 = 18$				
Podwojona liczba	$36 \cdot 2 = 72$				
Potrojona liczba	$36 \cdot 3 = 108$				
Kwadrat danej liczby	$36^2 =$ $= 36 \cdot 36 =$ $= 1296$				

9. Tadeusz pomyślał sobie pewną liczbę. Następnie dodał do niej 5, otrzymaną sumę podzielił przez 3, a otrzymany iloraz pomnożył przez 4. Potem od ostatniego wyniku odjął 6. Gdy tę różnicę podzielił przez 7, otrzymał liczbę 2. Jaka liczbę pomyślał Tadeusz?
10. Podaj liczbę dwucyfrową, podzieloną przez 2, której suma cyfr wynosi 11.
11. Suma trzech liczb wynosi 72. Druga z nich jest dwa razy większa od pierwszej, a trzecia trzy razy większa od pierwszej. Wyznacz te liczby.
12. Asia jest o 4 lata starsza od Jarka i o 4 lata młodsza od Bartka. Łącznie mają 36 lat. Ile lat ma każde z nich?
13. Połowa pewnej liczby naturalnej jest o 20 mniejsza od trzykrotności tej liczby. Znajdź tę liczbę.

Zestaw **2B**

W świecie liczb

1. Oblicz wartość wyrażenia $13 + A$, jeśli wiadomo, że $B \cdot C = 14$, $C \cdot D = 63$ oraz A, B, C, D są liczbami naturalnymi.
2. Między niektórymi cyframi 3 4 5 6 7 postaw znaki działań i nawiasy, tak aby wartość końcowa wynosiła 3.
3. Cztery słonie i dwa konie ważą tyle samo co dwa słonie i dziesięć koni. Ile razy słoń jest cięższy niż koń?
4. $A + B = 25$, $B + C = 24$, $C + A = 31$. Ile wynosi $A + B + C$? Znajdź liczby A, B, C .
5. Podaj przykłady takich liczb pierwszych, mniejszych od 60 i większych od 10, których suma cyfr wynosi 5. Ile jest takich par?
6. Jaka liczba dwucyfrowa podzielna przez 6 jest kwadratem pewnej liczby naturalnej i przy dzieleniu przez 5 daje resztę 1? Czy zadanie ma tylko jedno rozwiązanie?