

Dorota Nowak, Maria Romanowska

Powtórka przed maturą
Ćwiczenia z matematyki

Matematyka to proste



OPOLE
Wydawnictwo NOWIK Sp.j.
2011

SPIS TREŚCI

Do Ucznia!	4
Liczby rzeczywiste	5
Wyrażenia algebraiczne	17
Równania, nierówności, układy równń	28
Funkcje	35
Ciągi liczbowe	47
Ciąg arytmetyczny	50
Ciąg geometryczny	55
Ciąg arytmetyczny i geometryczny	58
Trygonometria	61
Planimetria	73
Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej	85
Stereometria	95
Elementy statystyki opisowej, teoria rachunku prawdopodobieństwa i kombinatoryka	125
Elementy statystyki	125
Elementy kombinatoryki	129
Rachunek prawdopodobieństwa	138
Zadania tekstowe	147
Odpowiedzi	strona internetowa: www.nowik.com.pl

DO UCZNIA!

Przed Tobą: MATURA – egzamin ważny, bo nie tylko kończący szkołę, ale przede wszystkim, otwierający drogę na studia. Jednym z egzaminów jest matematyka na poziomie podstawowym.

Przygotowanie się do matury z matematyki to wyzwanie. Takie jakich wiele w życiu.

Naukę matematyki można porównać do wyprawy w góry i to nie byle jakie, ale te najwyższe. Wędrując, będziesz poruszać się zarówno po terenie znanym i lubianym, jak i obcym, pełnym pułapek. Po drodze czekają Cię piękne widoki (to już umiem!). Będziesz przeżywać chwile radości (potrafię, rozumiem) i dumy z siebie (nauczyłem się). Czy nie uważasz, że gdyby było ciągle miło i przyjemnie, to byłaby to nieco nudna wędrowka? Pamiętaj więc, że wyprawa w wysokie góry nie może być zbyt łatwa. W drodze czyhać na Ciebie będą śnieżyce i lawiny (gdzie popełniłem błąd?). Czasami Twoja wędrowka będzie pełna strachu (zdam?), złości (nigdy się tego nie nauczę!). Warto więc na drogę zaopatrzyć się w super sprzęt. Sprzęt, który pomoże Ci w wędrowce – ten zeszyt ćwiczeń.

Pamiętaj o systematycznej pracy, bo tylko wytrwałości każdy mistrz zawdzięcza swój sukces. Decyzja, czy uczyć się i jak uczyć się matematyki, należy tylko do Ciebie. Zeszyt ćwiczeń jest przewodnikiem w wędrowce. To czy dotrzesz na szczyt, zależy tylko od Ciebie.

Gotowy do wędrowki?

Razem ruszamy zdobywać szczyty!

LICZBY RZECZYWISTE

1. W podanym zbiorze otocz pętlą żółtą liczby podzielne przez 3, pętlą czerwoną liczby podzielne przez 6, zieloną liczby podzielne przez 9, a niebieską liczby pierwsze.

{ 7, 12, 70, 95, 111, 11, 6, 126, 235,
258, 317, 330, 369, 891, 907 }

Dzielnik	Cecha podzielności
2	Ostatnią cyfrą jest 0, 2, 4, 6, 8
3	Suma cyfr dzieli się przez 3
4	Liczba utworzona przez dwie ostatnie cyfry dzieli się przez 4
5	Ostatnią cyfrą jest 0 lub 5
6	Liczba jest podzielna przez 2 i przez 3
9	Suma cyfr dzieli się przez 9

2. Znajdź NWW i NWD liczb:

a) 60 i 42;

b) 210 i 900;

c) 126 i 58.

Rozwiązanie

$$\begin{array}{r}
 \text{a) } 42 \begin{array}{|l} \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \end{array} \\
 21 \begin{array}{|l} \textcircled{3} \\ \textcircled{7} \end{array} \\
 7 \begin{array}{|l} \textcircled{7} \\ 1 \end{array} \\
 1
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 60 \begin{array}{|l} \textcircled{2} \\ 2 \\ \textcircled{3} \\ 5 \\ 5 \\ 1 \end{array} \\
 30 \begin{array}{|l} 2 \\ \textcircled{3} \\ 5 \\ 5 \\ 1 \end{array} \\
 15 \begin{array}{|l} \textcircled{3} \\ 5 \\ 5 \\ 1 \end{array} \\
 5 \begin{array}{|l} 5 \\ 1 \end{array} \\
 1
 \end{array}$$

$$\text{NWD}(60, 42) = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\text{NWW}(60, 42) = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5}_{\text{z rozkładu liczby 60}} \cdot \underbrace{7}_{\text{nie wystąpiła wśród czynników liczby 60}} = 420$$

3. Oblicz iloraz NWW(63, 20) przez NWD(42, 30).

Rozwiązanie

4. Zapisz symbolicznie liczbę naturalną, która jest:

a) liczbą podzielną przez 3;

b) liczbą, która podzielona przez 3 daje resztę 2.

Rozwiązanie

5. Zapisz symbolicznie liczbę dwucyfrową, w której:

a) jest a dziesiątek i b jedności;

b) jest a dziesiątek, i która jest parzysta;

c) w której jest dwa razy więcej dziesiątek niż jedności.

Rozwiązanie

6. Wykonaj działania:

Rozwiązanie

a) $[-17 + (-3)] \cdot [-4 \cdot (-5) + 4 \cdot (-5)] =$

b) $[-7 \cdot 4 - 6 \cdot (-3)] \cdot [11 \cdot (-4) - (-11) \cdot 7 + (-13) \cdot (-2)] =$

c) $(-2)^4 + (-3)^3 \cdot (-1)^{28} + (-16) =$

7. W miejsce wpisz liczbę przeciwną do danej.

a) $-7 \cdot [-(-3)]^2$

b) $(-\sqrt[3]{-27})^{-1}$

c) $(-3 - 7) \cdot (-3 + (-7)) \cdot (-3 - (-7))$

d) $4^{-2} \cdot (-2)^4$

8. Jaki znak ma potęga?

a) 12^8 ;

b) $(-12)^8$;

c) -12^8 ;

d) $(-12)^{11}$;

e) -12^{11}

9. Oblicz

a) $25 : \left\{ [5 : (0,3 - 0,2)] : \left[0,25 \cdot \left(\frac{2}{5} \cdot 10 \right) \right] \right\}$;

b) $2 : \frac{1}{5} - \left(1 + \frac{7}{40} \cdot \frac{1}{0,2} \right) \cdot \left(\frac{0,4}{\frac{3}{2} : 2} \right)$.

Rozwiązanie

Przypominam :-)

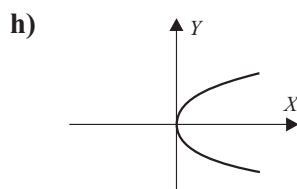
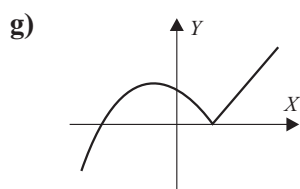
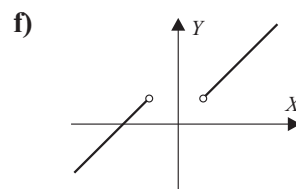
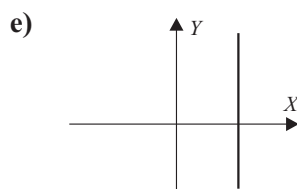
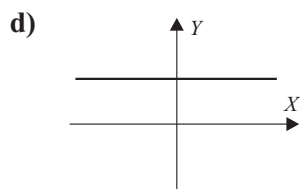
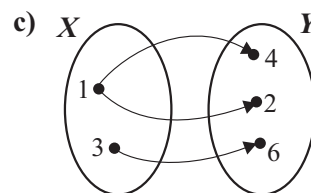
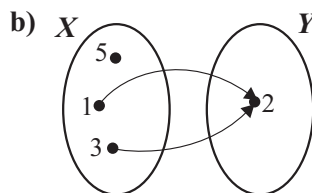
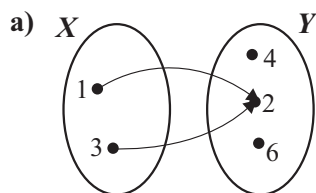
Zaczynamy od nawiasów najbardziej w środku.

10. Przedstaw $\frac{\frac{2}{9} + 9^{-1} + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - \frac{2}{3}}{5 - \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} - 27^{-1}}$ w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.

Rozwiązanie

FUNKCJE

1. Wskaż, które z przyporządkowań przedstawia funkcję:



i)

x	0	1	2
y	1	0	0

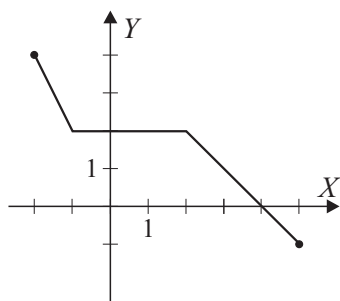
j)

x	0	1	0
y	1	0	2

k) każdemu człowiekowi przyporządkowano jego rok urodzenia.

l) każdej liczbie naturalnej przyporządkowano jej kwadrat.

2. Dana jest funkcja $y = f(x)$, której wykres przedstawiony jest na rysunku. Wykreśl zdania fałszywe.



Dziedziną funkcji jest zbiór liczb rzeczywistych.

Najmniejszą wartością funkcji jest 5.

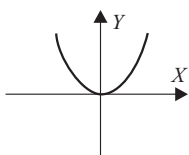
Funkcja ma dokładnie jedno miejsce zerowe.

Funkcja jest malejąca.

Funkcja jest nierosnąca.

Największą wartością funkcji jest 4.

3. Połącz zdanie opisujące własność funkcji z jej wykresem.



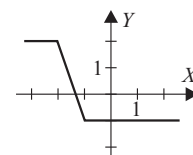
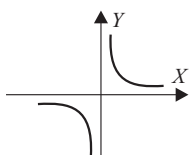
● Dziedziną funkcji jest zbiór liczb rzeczywistych.

● Funkcja ma dokładnie jedno miejsce zerowe.

● Funkcja jest nierosnąca.

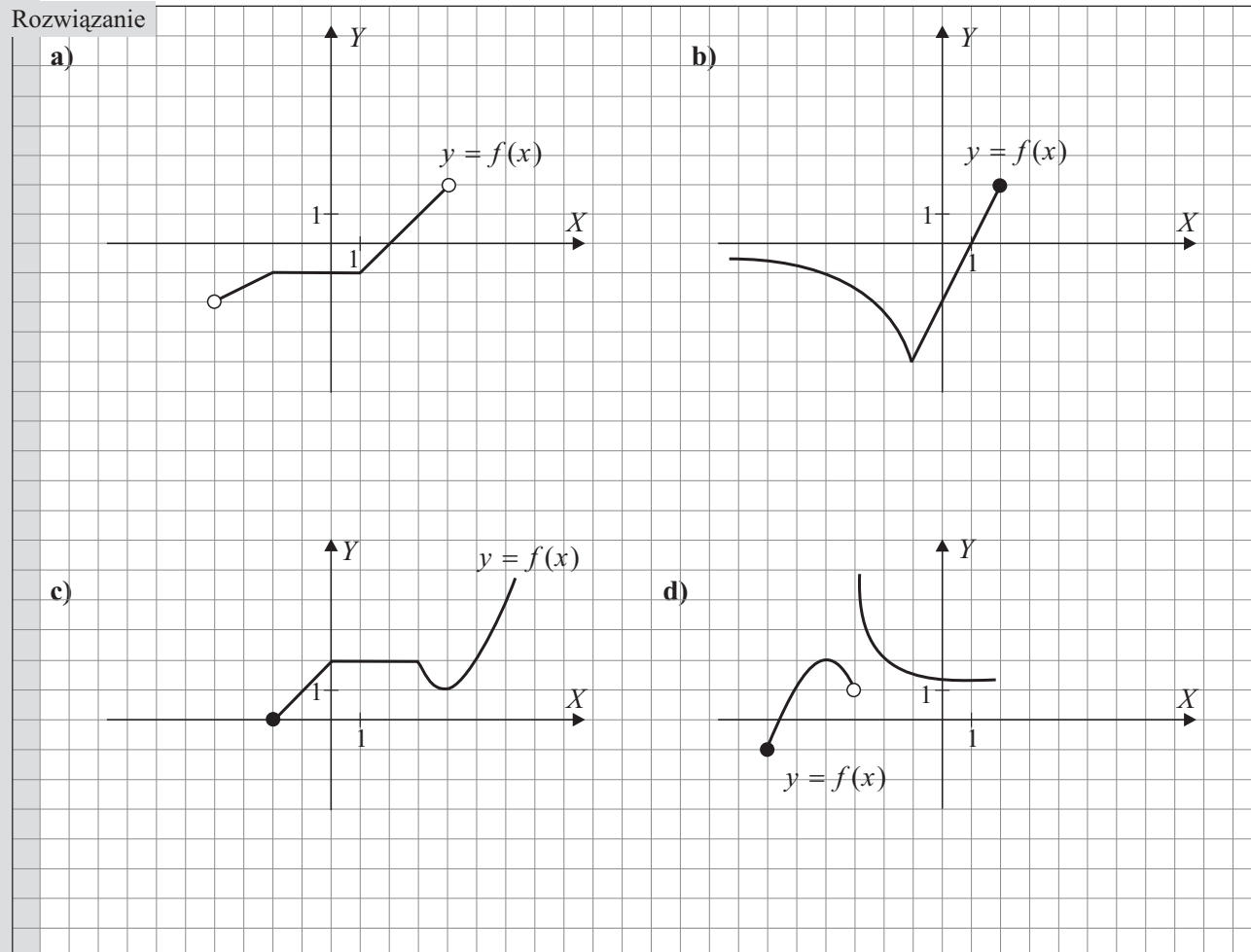
● Zbiorem wartości funkcji jest $\mathbf{R} \setminus \{0\}$.

● Funkcja nie osiąga wartości największej.



4. Odczytaj z wykresu funkcji $y = f(x)$ dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe oraz maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie, maleje, ma stały znak.

Rozwiązanie



5. Uzupełnij tabelkę, tak aby określona funkcja była rosnąca.

x	-4	-3,5	-2,7	1	0,2	2	3,7	1,5	-4,1
$f(x)$			1,2				1,69		

6. Dany jest wykres funkcji $y = f(x)$. Naszkicuj wykres funkcji: $y = f(x+3)$, $y = f(x) - 2$, $y = f(x-1) + 4$.

Rozwiązanie

